CHAPITRE III

APPLICATION A LA DIFFUSION DE NEUTRONS

DE BASSE ENERGIE

III.1. FORMULATION DU PROBLEME.

Le formalisme présenté ci-dessus est appliqué à l'étude de la diffusion de neutrons de faible énergie par les noyaux suivants :

 c^{12} , c^{13} , o^{16} , o^{17} , F^{19} et Ca^{40} .

Seule la diffusion dans l'onde s sera introduite. Il s'agit d'une très bonne approximation pour des neutrons thermiques (Tab. 1), ayant une énergie de l'ordre du centième d'électron-volt.

On notera que la longueur de diffusion et le déphasage dans l'onde s constituent une quantité d'information limitée, qu'il est souvent possible de reproduire en ajustant convenablement les paramètres d'un potentiel à un corps. Mais, contrairement à une telle paramétrisation des résultats expérimentaux, nous voulons tester dans des cas modèles le formalisme du chapitre II et évaluer l'importance des termes correctifs d'antisymétrisation.

On étudiera ainsi les effets de l'antisymétrisation sur la longueur de diffusion et le déphasage en comparant les résultats obtenus :

- sans correction d'antisymétrisation avec les états s occupés dans le noyau cible,

- en introduisant la correction d'antisymétrisation avec l'état ls,

- puis simultanément celles avec les états ls et 2s.

Pour les noyaux à "couches complètes", C^{12} , O^{16} et Ca^{40} , ainsi que pour les noyaux voisins C^{13} et O^{17} , l'antisymétrisation sera étudiée au chapitre IV dans le cadre du modèle introduit en (II.4.2).

L'antisymétrisation dans le cas d'un mélange de configurations pour le F¹⁹, fera l'objet du chapitre V.

III.1.1. Diffusion à énergie nulle, "pseudo-magnétisme nucléaire".

On étudiera plus particulièrement les effets de l'antisymétrisation sur la longueur de diffusion b définie par :

$$\lim_{b \to 0} k \operatorname{cotg} \delta = -\frac{1}{b} .$$
 (III-1)

La diffusion de neutrons par un noyau de spin I non nul, a lieu dans les voies de réaction de spin $J = I \pm 1/2$. Seules sont couplées, par le hamiltonien H invariant par rotation, les voies de réaction correspondant à une même valeur de J.

Pour un noyau cible de spin non nul, les deux longueurs de diffusion b_{\pm} , correspondant respectivement aux valeurs I \pm 1/2 du spin total, peuvent s'écrire :

$$b_{\pm} = A + B (\vec{I} \cdot \vec{s})_{\pm} \begin{cases} b_{\pm} = A + B \frac{1}{2} \\ b_{\pm} = A - B \frac{1+1}{2} \end{cases} , \qquad (III-2)$$

définissant ainsi les paramètres A et B :

$$A = \frac{I}{2I+1} b_{-} + \frac{I+1}{2I+1} b_{+}$$
 (III-3)

$$B = \frac{2}{2I+1} (b_{+} - b_{-}) .$$
 (III-4)

l'amplitude A s'identifie (A-37) à la longueur de diffusion cohérente de neutrons, polarisés ou non, sur des noyaux non polarisés ; la section efficace correspondante est :

$$\sigma_{\rm coh} = 4\pi A^2 . \qquad (\text{III-5})$$

La section efficace totale de diffusion de neutrons sur des noyaux non polarisés s'écrit :

$$\int_{tot.} = 4 \pi \left[A^2 + B^2 \frac{I(I+1)}{4} \right] = 4 \pi \left(\frac{I}{2I+1} b_{-}^2 + \frac{I+1}{2I+1} b_{+}^2 \right). \quad (III-6)$$

Connaissant les sections efficaces $\sigma_{coh.}$ et $\sigma_{tot.}$, on en déduit le carré du module des amplitudes A et B :

$$A^{2} = \frac{1}{4\pi} \sigma_{coh}, \quad B^{2} = \frac{1}{4\pi} \frac{4}{I(I+1)} (\sigma_{tot} - \sigma_{coh}).$$
 (III-7)

L'amplitude B n'est déterminée en grandeur et en signe (A.2b) que si les neutrons incidents et les noyaux cibles sont simultanément polarisés.

Les corrections d'antisymétrisation pourront être différentes dans les deux voies de réaction $J = I \pm 1/2$. Ce sera en particulier le cas pour le F¹⁹ (chapitre V) où la valeur de l'amplitude B, proportionnelle à la différence des longueurs de diffusion b_{+} et b_{-} , sera très sensible aux effets d'antisymétrisation.

La paramétrisation (III-2) des longueurs de diffusion b suggère l'analogie magnétique suivante, introduite par A. Abragam^[1].[±]

En présence de magnétisme électronique, l'interaction entre le moment magnétique $\vec{\mu}_n$ du neutron et le moment magnétique électronique $\vec{\mu}$ de la cible, donne, à l'approximation de Born, une longueur de diffusion de la forme :

$$b_m = -\frac{2m_n}{k^2} \vec{\mu} \cdot \vec{\mu}_n \quad (\text{III-8})$$

où $\overrightarrow{\mu_n}$ est perpendiculaire au plan de réaction, m désigne la masse du neutron.

Les moments magnétiques sont proportionnels aux spins, soit avec les rapports gyromagnétiques correspondants :

$$\vec{\mu}_{n} = 2 g_{n} \mu_{B_{n}} \vec{s}_{n} , g_{n} = -1.91$$
 (III-9)

$$\vec{\mu}_e = g_e \mu_{B_e} \vec{s}_e , g_e = -2, \qquad (\text{III-10})$$

où μ_{Bn} et μ_{Be} sont respectivement les magnétons de Bohr nucléaire et électronique :

$$\mu_{B_n} = \frac{ek}{2m_n c} , \quad \mu_{B_e} = \frac{ek}{2m_e c}$$
(III-11)

La longueur de diffusion magnétique b_m s'exprime alors en fonction des spins, sous une forme analogue à la dépendance en spin de la longueur de diffusion nucléaire (III-2) :

$$b_m = B_m \vec{s_e} \cdot \vec{s_n} \quad . \tag{III-12}$$

Inversement, associons à la diffusion d'origine nucléaire par un noyau de spin I, un "pseudo-moment magnétique" [1] $\overset{*}{\mu}$, défini par :

$$\frac{\mu^{*}}{-\mu_{B_{e}}} = \frac{B_{n}I}{B_{m}\frac{1}{2}}$$
(III-13)

Remarque : la diffusion magnétique due aux nucléons de la cible est négligeable, le magnéton de Bohr nucléaire étant 1800 fois $\binom{m}{n}e$ plus petit que celui de l'électron.

L'introduction de ce "pseudo-magnétisme nucléaire" a permis, par analogie, d'utiliser des techniques de résonance magnétique, pour mesurer les amplitudes B^[7].

III.1.2. Diffusion à énergie non nulle, théorie de la portée effective.

Nous comparerons les résultats obtenus pour le déphasage, avec ceux que donne la théorie de la portée effective^[15].

Cette approximation est déduite de la formule exacte de Bethe pour les ondes s :

$$k \cot g \delta = -\frac{1}{b} + \varepsilon \int r^2 dr \left[\varphi(r) \varphi(r) - \varphi(r) \varphi(r) \right], \quad (\text{III-14})$$

où, φ_{ϵ} et φ_{ϵ}^{i} sont les fonctions d'onde radiales de diffusion à l'énergie $\frac{\lambda^{2}}{2\mu}\epsilon$, respectivement régulière et irrégulière à l'origine et ayant le même comportement asymptotique aux grandes distances, φ_{0} et φ_{0}^{i} sont les fonctions correspondantes à énergie nulle.

Les potentiels nucléaires étant à courte portée, l'espace peut être scindé en une région interne, pour laquelle la valeur absolue du potentiel est très grande devant l'énergie, et une région externe où le potentiel est négligeable. La contribution à l'intégrale (III-14) vient alors essentiellement de la région interne, pour laquelle une bonne approximation consiste à remplaçer φ_{ϵ}^{i} par φ_{0}^{i} et φ_{ϵ} par φ_{0} . D'où les premiers termes du développement de k cotg δ en série de l'énergie :

$$\mathcal{E} \operatorname{cotg} \mathcal{S} \simeq -\frac{1}{b} + \mathcal{E} \int_{0}^{\infty} \tau^{2} d\tau \left[\varphi_{0}^{i}(\tau)^{2} - \varphi_{0}^{i}(\tau)^{2} \right] . \quad (\text{III-15})$$

La portée effective définie par :

$$\tau_{e} = 2 \int_{0}^{\infty} \pi^{2} d\pi \left[\varphi_{i}^{i}(\tau)^{2} - \varphi_{i}(\tau)^{2} \right], \qquad (\text{III-16})$$

est une grandeur caractéristique du potentiel, nous la calculerons dans chaque approximation faite sur l'antisymétrisation.

Le déphasage déduit de la théorie de la portée effective à partir des paramètres b et r_e s'écrit :

$$\delta = A \operatorname{rcfg} \frac{k}{-\frac{1}{b} + \frac{\varepsilon}{2} \tau_e}$$
(III-17)

III.2. CHOIX DU POTENTIEL A UN CORPS.

III.2.1. <u>Détermination phénoménologique des énergies de particules</u> indépendantes.

Pour justifier la troncature de l'espace de configurations (II.1.2), nous avons supposé que les premiers états excités de H engendraient un espace auquel appartiennent les premiers états excités du vrai hamiltonien H.

Cet hamiltonien H_o de particules indépendantes devrait être déduit de H de manière self-consistante par une méthode du type Hartree-Fock^[16]. Un tel calcul est complexe et conduit en général à un champ moyen déformé. Ces problèmes de résolution des équations de Hartree-Fock avec projection seront évités en adoptant un point de vue phénoménologique :

Conformément au modèle des couches, on fait l'hypothèse que le spectre de basse énergie des noyaux impairs, voisins des noyaux à couches complètes à A nucléons, est un spectre de particules indépendantes. Les énergies s'écrivent alors :

 $E_{A \pm 1}^{i} = E_{A}^{\beta} \pm \varepsilon_{i} \pm mc^{2}, \qquad (\text{III-18})$

avec <u>+</u> suivant que i est un état de particule ou de trou, E_A est l'énergie du fondamental du noyau à couches complètes et m la masse d'un nucléon à l'infini.

Les énergies de particules indépendantes seront alors déterminées en adoptant pour les énergies E des noyaux considérés, les valeurs expérimentales. Les spectres correspondant au C^{12} et à O^{16} sont donnés figures 2 et 3 ; ces énergies particule-trou sont discutées dans la référence ^[20].

Cette démarche phénoménologique ne détermine pas les énergies des états individuels très liés dans le champ moyen, telsque les états ls et lp dans le cas du Ca⁴⁰.

De plus, pour le F¹⁹, dont le noyau correspond à un mélange de configurations important dans la couche 2s-1d, le choix des ε_{i} n'est pas bien défini. Nous avons cependant adopté les mêmes valeurs que pour 0¹⁶.



<u>Figure 2</u>: Energies de particules et de trous pour le C^{12} tirées des spectres expérimentaux des noyaux C^{11} , C^{12} , B^{11} [17] et C^{13} , N^{13} [18].

$$\frac{\frac{1}{23,207} \frac{1}{3/2}}{21,835}$$
(1p3/2)
$$\frac{\frac{1}{21,835}}{\frac{1}{21,835}}$$
(1p1/2)
$$\frac{\frac{1}{22,113}}{\frac{1}{22,113}}$$
(1p1/2)
$$\frac{\frac{1}{2,113}}{\frac{1}{2,113}}$$
(1p1/2)
$$\frac{\frac{1}{2,113}}{\frac{1}{2,112}}$$
(1p1/2)
$$\frac{\frac{1}{2,113}}{\frac{1}{2,113}}$$
(1p1/2)
$$\frac{\frac{1}{2,113}}{\frac{1}{2,113}}$$
(1p1/2)
$$\frac{\frac{1}{2,113}}{\frac{1}{2,112}}$$
(1p1/2)
$$\frac{\frac{1}{2,113}}{\frac{1}{2,112}}$$
(1p1/2)
$$\frac{\frac{1}{2,113}}{\frac{1}{2,112}}$$
(1p1/2)
$$\frac{\frac{1}{2,113}}{\frac{1}{2,112}}$$
(1p1/2)
$$\frac{\frac{1}{2,113}}{\frac{1}{2,112}}$$
(1p1/2)
$$\frac{\frac{1}{2,113}}{\frac{1}{2,12}}$$
(1p1/2)
$$\frac{\frac{1}{2,112}}{\frac{1}{2,12}}$$
(1p1/2)
$$\frac{\frac{1}{2,12}}{\frac{1}{2,12}}$$
(1p1/2)
$$\frac{\frac{1}{2,12}}{\frac{1}{2,12}}$$
(1p1/2)
$$\frac{\frac{1}{2,12}}{\frac{1}{2,12}}$$
(1p1/2)
$$\frac{\frac{1}{2,12}}{\frac{1}{2,12}}$$
(1p1/2)
$$\frac{1}{2,12}$$
(1p1/2)

<u>Figure 3</u>: Energies de particules et de trous pour 0^{16} tirées des spectres expérimentaux des noyaux 0^{15} , N^{15} [18] et 0^{16} , 0^{17} , F^{17} [19].

III.2.2. Les potentiels à un corps utilisés.

Les énergies de particules indépendantes ainsi définies, les fonctions d'onde radiales correspondantes seront approchées successivement par celles de deux potentiels particuliers :

a) L'oscillateur harmonique isotrope sans énergie spin-orbite (C.3.2a) :

$$\mathcal{V}(r) = \frac{1}{2} \mu \omega^2 r^2 + v_0$$
. (III-19)

C'est le potentiel adopté habituellement dans les calculs des états liés, ce choix étant dicté par des raisons de commodités numériques.

Le spectre des états à une particule est alors entièrement discret et a priori ce potentiel est mal adapté au problème de diffusion. Néanmoins, nous le conserverons pour définir les fonctions radiales des états liés. L'ensemble des états liés de H_o, qui détermine la troncature (II.1.2) de l'espace de configurations, étant alors défini phénoménologiquement par les valeurs expérimentales des énergies de particules indépendantes. Ainsi, dans le champ moyen de 0¹⁶ (Fig. 3), les états de neutrons 1s, 1p, 2s et 1d5/2 sont liés, tandis que l'état 1d3/2 ne l'est pas.

Comme nous l'avons mentionné en (II.1.2), c'est cette nouvelle définition du mot "lié" qu'il faut utiliser quand on adopte un potentiel non borné.

Ce potentiel d'oscillateur harmonique néglige l'énergie spin-orbite qui est importante dans la région nucléaire considérée (de l'ordre de 5 MeV). Cette approximation d'un puits infini est également mauvaise pour les états de ℓ élevés, les plus sensibles au détail de la surface nucléaire. En fait, même pour $\ell=0$ le rayon quadratique moyen est plus faible que dans le cas d'un puits de Wood-Saxon comparable. En effet, la décroissance pour les grandes valeurs de r des fonctions d'onde radiales est en e^{-ar²} au lieu de e^{-br} pour un puits fini (Fig. 4).

La forme analytique des fonctions d'onde radiales de l'oscillateur harmonique isotrope est donnée par (C-35).

Le paramètre α est déterminé de façon à reproduire, dans un modèle de particules indépendantes, le rayon quadratique de la distribution de charge obtenu par la diffusion d'électrons (Tab. 2).



<u>Figure 4</u> : Comparaison des potentiels d'oscillateur harmonique et de Wood-Saxon, ainsi que des fonctions d'onde radiales multipliées par r et des énergies de liaison des états 2s correspondant à ces potentiels, pour 0¹⁶.

Dans les cas étudiés, le terme constant v_0 (III-19) de ce potentiel à un corps n'intervient pas puisqu'il figure uniquement dans l'intégrale $\int_{0}^{\infty} f_n(r) v_0 \varphi_{\gamma}(r) r^2 dr$ (II-42), nulle en raison de l'orthogonalité (II-46) entre les états individuels de diffusion et les états liés de même nombre quantique i.

Noyau	$\langle r^2 \rangle^{1/2}$ (fm)	$\alpha(\text{fm}^{-1})$	Kw (Mev)
c ¹²	$2.46 \pm 0.025^{[21]}$	0.594	15.962
016	2.73 ± 0.025 ^[21]	0.546	13.186
F19	2.92	0.531	12.342
Ne ²⁰	2.98 ± 0.08 ^[22]	0.526	12.077
Ca ⁴⁰	3.45 ± 0.03 ^[23]	0.498	10.548

<u>Tableau 2</u> : Rayons quadratiques de la distribution de charge, obtenus par la diffusion d'électrons. Pour le F^{19} la valeur est le résultat de l'interpolation linéaire entre les rayons de 0¹⁶ et Ne²⁰.

Les constantes α (C-31) de l'oscillateur harmonique, donnent, dans un modèle de particules indépendantes, les valeurs de ces rayons.

b) Potentiel de Wood-Saxon avec un terme spin-orbite (C.3.2b) :

$$\mathcal{V}(\tau) = \mathcal{V}_{o} \frac{1}{1 + e^{(r-R)/a}} + \mathcal{V}_{es} \frac{1}{r} \frac{d}{dr} \frac{1}{1 + e^{(r-R)/a}} \ell \cdot \delta (\text{III-20})$$

Dans ce cas le spectre des états à une particule présente une partie discrète et une partie continue.

r _o (fm)	a(fm)	$\mathcal{U}_{es}(\text{Mev fm}^2)$
1.15	0.6	24

Tableau 3 : Paramètres utilisés pour le potentiel de Wood-Saxon^[13].

Avec les valeurs usuelles ^[13] des paramètres r_o , a et $v_{\ell s}$ (Tab. 3), on détermine la profondeur v_o de façon à reproduire les énergies expérimentales de particules indépendantes ε_i . La méthode numérique utilisée pour un tel calcul est indiquée en (F.2.3).

Pour chaque état (n, ℓ, j), on introduit ainsi un potentiel particulier dont les paramètres sont regroupés, pour les différents noyaux, dans les tableaux 4,5,6,7 et 8. L'orthogonalité(II-5) entre ces états propres de potentiels différents est cependant maintenue, étant assurée par la dépendance angulaire et spinorielle, sauf pour les états s.

L'état ls, dont l'énergie de liaison expérimentale de particule indépendante est d'ailleurs mal définie, sera déterminé par le potentiel qui reproduit l'énergie de liaison de l'état 2s.

Bien que les énergies expérimentales ε_i soient différentes pour les protons et les neutrons, on adoptera les valeurs correspondant aux neutrons pour déterminer les fonctions d'onde radiales, l'introduction de fonctions différentes pour protons et neutrons étant peu aisée pour un état à N nucléons, propre du spin isotopique.

1 . Maramétres utilisés pour la polantici de Mood-Saron [13]

armine la profondeux 2, de façon à reprodutre les fnergies expérimentation performentation expérimentation pour un telle pour un telle set indépendentes t. La méthode numérique utilisée pour un telle telle telle pour un telle set indépendentes (P. 2.3).

our chaque étai (a,/,)), on introduit ainsi un porchaniel paratralier dent a prisuétres sont fodroupés, pour les différente objain, dens les tables .5.6.7 es 8. L'archoeurelief(11-5) antro des étate propries de corentiels

N = 13 $R_{13} = 2.633 \text{ fm}$ $R_{qm} = 2.230 \text{ fm}$					fm
Etat	ε (Mev)	V (Mev)	ε _c (Mev)	ε _p (Mev)	r _{qm} (fm)
1s1/2	-36.852	-66.640	15.083	-51.936	1.834
1p3/2	-18.720	-69.578	24.242	-42.962	2.428
2s1/2	- 1.861	-66.640	14.777	-16.638	4.688

<u>Tableau 4</u> : C^{12} . Les tableaux 4, 5, 6 et 7 donnent pour les noyaux considérés les profondeurs v_o des potentiels de Wood-Saxon (C-39,40), avec les paramètres du tableau 3, qui reproduisent les énergies de liaison expérimentales ε de particules indépendantes sauf pour l'état ls. Ce dernier est défini comme l'état ls du potentiel de Wood-Saxon qui reproduit l'énergie de liaison expérimentale de l'état 2s.

Les énergies cinétique et potentielle de ces états sont respectivement ε_{c} et ε_{p} , leur rayon quadratique moyen est r_{qm} .

La masse réduite $\mu = (N-1/N)$ m (C-22) utilisée dans ces calculs, est définie par N. Le rayon du potentiel de Wood-Saxon est $R_N = r_o (N-1)^{1/3}$.

Le rayon quadratique moyen du noyau de particules indépendantes construit avec ces états, est R_{em}.

Les calculs sont effectués avec n = 100 points de discrétisation et un pas de h = 0.2 fm.

N = 14	12.5	$R_{14} = 2.704$	fm	$R_{qm} = 2.328$	fm
Etat	ϵ (Mev)	V, (Mev)	ε _c (Mev)	ε (Mev)	r _{qm} (fm)
1s1/2	-35.650	-63.673	14.411	-50.061	1.870
1p3/2	-18.720	-67.078	23.487	-42.207	2.457
1p1/2	- 4.947	-43.069	15.611	-20.558	3.120
2s1/2	- 1.861	-63.673	14.569	-16.430	4.707

Tableau 5 : C¹³. Potentiels de Wood-Saxon, voir légende du tableau 4.

N = 17	F	R ₁₇ = 2.898	fm	R = 2.374 fm		
Etat	ε (Mev)	vo (Mev)	ε _c (Mev)	ε (Mev) p	r _{qm} (fm)	
1s1/2	-36.340	-61.132	13.322	-49.661	1.931	
1p3/2	-21.835	-65.830	22.704	-44.539	2.474	
1p1/2	-15.655	-56.705	20.455	-36.110 2.616		
2s1/2	- 3.275	-61.132	17.659	-20.934	4.130	

Tableau 6 : 0¹⁶ . Potentiels de Wood-Saxon, voir légende du tableau 4.

N = 18 $R_{18} = 2.957 \text{ fm}$ $R_{qm} = 2.454 \text{ fm}$					
Etat	ε (Mev)	v. (Mev)	ε (Mev) c	ε (Mev) p	r _{qm} (fm)
1s1/2	-35.452	-59.126	12.862	-48.314	1.962
1p3/2	-21.835	-64.185	22.143	-43.978	2.500
1p1/2	-15.655	-55.170	19.961	-35.616	2.642
1d5/2	- 4.146	-63.498	26.531	-30.677	3.296
2s1/2	- 3.275	-59.126	17.430	-20.705	4.149

Tableau 7 : 0¹⁷ . Potentiels de Wood-Saxon, voir légende du tableau 4.

N = 20	R ₂₀ = 3.069 fm						
Etat	ε (Mev)	τ <mark>。</mark> (Mev)	ε _c (Mev)	ε (Mev) p	r (fm) qm		
1s1/2	-33.872	-55.627	12.057	-45.929	2.021		
1p3/2	-21.835	-61.325	21.139	-42.974	2.549		
1p1/2	-15.655	-52.504	19.077	-34.732	2.692		
1d5/2	- 4.146	-59.208	25.252	-29.398	3.361		
2s1/2	- 3.275	-55.627	17.009	-20.284	4.186		
1d3/2	- 0.100	-50.683	19.136	-19.236	4.357		

Tableau 8 : F^{19} . Potentiels de Wood-Saxon, voir légende du tableau 4. Les énergies de liaison de particules indépendantes sont celles déterminées à partir des spectres expérimentaux des noyaux : N^{15} , O^{16} et O^{17} (Fig. 3), sauf pour les états ls et 1d3/2. L'état ls est défini par le potentiel qui reproduit l'état 2s. L'état 1d3/2 de neutron, non lié dans O^{17} , est approché par l'état peu lié d'énergie -0.1 Mev. III.3. L'INTERACTION A DEUX CORPS.

III.3.1. Interprétations des forces à deux corps effectives.

Dans le hamiltonien H (II.1.1), nous supposerons les forces à deux corps prépondérantes.

L'interaction à deux corps $V^{(2)}$ utilisée doit représenter certaines caractéristiques de l'interaction nucléon-nucléon à basse énergie et tenir compte, dans la mesure du possible des configurations omises dans l'espace restreint (II.1.2), et des erreurs introduites dans le traitement semi-phénoménologique du problème self-consistant de la détermination de V⁽¹⁾.

- Dans une première interprétation, laissons les nucléons interagir uniquement par l'intermédiaire de ce potentiel effectif à deux corps, soit :

$$V = V^{(2)} \qquad . \tag{III-21}$$

Cependant, le potentiel à un corps V⁽¹⁾ figure dans les termes correctifs d'antisymétrisation (II-44), et par l'intermédiaire des fonctions d'onde radiales, intervient dans le calcul des éléments de matrice à deux corps.

Pour les noyaux décrits comme un coeur et une couche externe, les potentiels v^{L} et v^{NL} (E-44) seront la somme de deux termes, l'un dû aux interactions avec les nucléons du coeur, et l'autre avec ceux de la couche externe. Cette séparation est détaillée en (E.3.2).

- Nous comparerons, dans le cas du F¹⁹, cette première interprétation, avec celle, habituelle, qui consiste à remplacer les termes d'interaction avec le coeur par le champ moyen V⁽¹⁾. C'est alors l'interaction résiduelle \mathcal{V} qui est égale à la force effective V⁽²⁾:

$$\mathcal{V} = \mathcal{V} - \mathcal{V}^{(1)} = \mathcal{V}^{(2)}$$
(III-22)

III.3.2. Paramètres de la force centrale.

a) Nous nous limiterons, comme dans beaucoup de travaux de spectroscopie nucléaire, à une force nucléon-nucléon centrale, c'est à dire scalaire à la fois dans les espaces de moment orbital, de spin et d'isospin. On exclut ainsi les forces tenseur et spin-orbite (ou dépendante des vitesses).

Même avec ces hypothèses simplificatrices, quatre types de potentiels d'échange sont possibles. On leur attribuera la même dépendance spatiale, d'où la forme générale de l'interaction à deux corps considérée :

$$V_{1,2}^{(2)} = V_{0} \int \left(\frac{\tau_{1,2}}{\mu}\right) \left(W + MP_{\tau} + BP_{\tau} - HP_{\tau}\right), \quad (\text{III-23})$$

où P_r, P_{σ} et P_{τ} sont respectivement les opérateurs d'échange des variables d'espace, de spin et d'isospin :

$$P_{\sigma} = \frac{1}{2} \left(1 + \overline{\mathcal{G}}_{1} \cdot \overline{\mathcal{G}}_{2} \right) , \quad P_{\tau} = \frac{1}{2} \left(1 + \overline{\mathcal{C}}_{1} \cdot \overline{\mathcal{C}}_{2} \right) . \quad (\text{III-24})$$

Si la profondeur V est prise comme paramètre indépendant, les quatre autres coefficients sont reliés par une relation linéaire arbitraire, par exemple :

$$W + M + B + H = 1$$
 (III-25)

Ce n'est que dans le cas où les états considérés sont totalement antisymétrisés, que P_r s'exprime en fonction de P_σ et P_r suivant :

$$P_{\mathcal{T}} = -P_{\mathcal{T}}P_{\mathcal{T}} \qquad (\text{III-26})$$

On en déduit alors deux nouvelles expressions de cette interaction à deux corps :

$$V_{1,2}^{(2)} = V_{o} \int \left(\frac{\chi_{1,2}}{\mu}\right) \left(a_{o} + a_{\sigma} \vec{\sigma_{1}} \cdot \vec{\sigma_{2}} + a_{\tau} \vec{\tau_{1}} \cdot \vec{\tau_{2}} + a_{\sigma\tau} \vec{\sigma_{1}} \cdot \vec{\sigma_{2}} \vec{\tau_{1}} \cdot \vec{\tau_{2}}\right) (\text{III-27})$$

$$= V_{o} \int \left(\frac{\chi_{1,2}}{\mu}\right) \left(V_{s=0}^{S=0} \vec{\tau_{=0}} + V_{s=0}^{S=0} \vec{\tau_{=1}} + V_{s=1}^{S=1} \vec{\tau_{=0}} + V_{s=1}^{S=1} \vec{\tau_{=1}} \right), (\text{III-28})$$
où P_{s} et P_{T} sont les projecteurs sur les états singulet et triplet de spin et d'isospin, définis par :

$$P_{s=0} = \frac{1}{4} \left(1 - \vec{\sigma}_{1} \cdot \vec{\sigma}_{2} \right) , P_{s=1} = \frac{1}{4} \left(3 + \vec{\sigma}_{1} \cdot \vec{\sigma}_{2} \right) . \quad (III-29)$$

Ces différentes paramétrisations sont reliées par les relations suivantes :

$$V^{S_{=0}T_{=}0} = a_{o} - 3a_{\sigma} - 3a_{\tau} + 9a_{\sigma\tau} \qquad \left\{ \begin{array}{l} a_{o} = W - \frac{1}{4}M + \frac{1}{2}B - \frac{1}{2}H \\ a_{\sigma} = -\frac{1}{4}M + \frac{1}{2}B \\ a_{\tau} = -\frac{1}{4}M - \frac{1}{2}H \\ a_{\tau} = -\frac{1}{4}M - \frac{1}{4}H \\ a_{\tau} = -\frac{1}{$$

Nous donnons en (E.2.2), le détail du calcul des éléments de matrice à deux

corps, pour une telle interaction paramétrisée par a, a, a et a.

b) Afin de pouvoir discuter la dépendance des résultats en fonction du caractère d'échange des forces effectives nous avons utilisé plusieurs interactions dont les paramètres sont donnés dans le tableau 9.

La force nucléon-nucléon dans le noyau dépend de la densité. A basse densité, la force obtenue par J.W. Negele^[24] tend vers l'interaction libre qui est peu différente de celle de Serber. Par contre, elle ressemble plus à la force de Rosenfeld à l'intérieur du noyau, là où la densité est forte.

Les paramètres de Rosenfeld satisfont la condition de saturation :

4W - M + 2B - 2H = 0, (III-31)

déduite d'un modèle soluble des équations de Hartree-Fock^[25].

La force de Serber est donc bien adaptée aux problèmes de diffusion qui correspondent pour le neutron incident à une région de faible densité nucléaire, cela d'autant plus que l'antisymétrisation contribue à empécher le nucléon incident de pénétrer dans le noyau cible.

La force I.G.E.1 est phénoménologique, ses paramètres ont été ajustés pour reproduire les données spectroscopiques^[26]. Les valeurs des rapports :

$$0.6 \leq \frac{\sqrt{S=0}}{\sqrt{S=1}} \leq 0.8 , \frac{\sqrt{S=1}}{\sqrt{S=0}} = -0.4 , \text{ (III-32)}$$

sont celles que l'on trouve dans la plupart des forces effectives. Le premier rapport exprime la prépondérance de la force triplet paire (alignement) sur la force singulet paire (appariement). Une telle valeur de ce rapport conduit en particulier à une bonne représentation des états vibrationnels pour les noyaux à une couche fermée, dans un schéma d'excitation à deux quasi-particules et particule-trou.

La valeur du deuxième rapport est obtenue à partir de l'interprétation des spectres à deux nucléons identiques des noyaux légers (C^{14} , N^{14} , O^{18} ...) dans le cadre du modèle des couches.

La force singulet impaire V^{S=O T=O}, n'est pas bien déterminée. En effet, les données expérimentales y sont souvent peu sensibles, car elle agit seulement dans les états de moment orbital relatif impair avec un faible poids statistique en spin et isospin. Aussi, nous avons fait varier ce terme en lui donnant

Paramètres	aramètres Serber I.G.E. 1		I.G.E. 2	I.G.E. 3	Rosenfeld	
The second w	0.5	0.57	0.37	0.17	-0.13	
М	0.5	0.33	0.53	0.73	0.92	
В	D	-0.23	-0.03	0.17	0.46	
Н	O	0.33	0.13	-0.07	-0.26	
a,	0.375	0.208	0.157	0.107	D	
a _σ	-0.125	-0.197	-0.147	-0.098	0	
a _τ	-0.125	-0.248	-0.197	-0.147	-0.1	
^a στ	-0.125	-0.083	-0.132	-0.182	-0.23	
V ^{S=0} T=0	0	0.8	0	-0.8	-1.77	
V ^{S=0} T=1	1	0.8	0.8	0.8	0.6	
V ^{S=1} T=0	1	1	1	1	1	
V ^{S=1} T=1	O	-0.32	-0.32	-0.32	-0.33	

<u>Tableau 9</u> : Paramètres de la force centrale à deux corps définie en (III.3.2). Ces valeurs correspondent à une profondeur V_o négative. les valeurs : 0.8 donnée en référence^[26], et 0 et -0.8 pour les forces notées respectivement I.G.E.2 et I.G.E.3 (Tab. 9); dans le cas de la force de Rosenfeld, cette valeur est -1.77.

c) Nous avons utilisé une dépendance radiale gaussienne :

$$\int \left(\frac{\tau_{1,2}}{\mu}\right) = e^{-\left(\frac{\tau_{1,2}}{\mu}\right)^2}$$
(III.33)

de portée µ égale à 1.48 fermi.

En fait, dans le cadre des approximations faites, la forme détaillée de la dépendance radiale de l'interaction effective n'est pas importante.

En (E.2.2a), on donne les développements multipolaires correspondant à des formes gaussienne et de Yukawa. Remarquons que dans le cas d'une gaussienne et de fonctions d'onde radiales d'oscillateur harmonique, seul le produit sans dimension $\alpha\mu$ intervient dans les intégrales radiales des éléments de matrice .

III.3.3. Déterminations de la profondeur V.

a) Dans le cas des noyaux magiques C^{12} et 0^{16} , et voisins C^{13} et 0^{17} , la profondeur V_o de l'interaction à deux corps sera déterminée de façon à reproduire l'état lié cible plus neutron incident, couplé aux nombres quantiques de la voie considérée.



N nucléons

Figure 5 : Energie d'excitation négative ε pour déterminer V .

Pour cela, on résoudra les équations (II-42) pour une valeur négative de l'énergie d'excitation $\varepsilon_{\gamma_{\ell}} = E - E_{\gamma_{\ell}}$ (Fig. 5), égale à la valeur expérimentale de l'énergie de l'état excité à N nucléons liés, de mêmes nombres quantiques (spin, isospin et parité) que la voie de diffusion considérée, rapportée au fondamental de la cible plus un neutron à l'infini.

Dans ce cas, les équations (II-42) n'ont de solutions liées, (correspondant à une fonction d'onde $\varphi(r)$ ayant un comportement exponentiellement décroissant pour les grandes valeurs de r) que pour des valeurs discrètes de V_o. La méthode numérique pour déterminer ces valeurs est indiquée en (F.3.3).

On devra s'assurer que la fonction d'onde radiale de l'état individuel trouvé, possède le nombre de noeuds désirés. Dans les cas considérés, on cherchera à reproduire l'état lié, fondamental de la cible plus neutron dans l'état 2s, correspondant à une fonction d'onde radiale ayant deux noeuds, origine exclue et infini inclus.

Cette détermination de V_o repose sur l'idée que le même potentiel dans le formalisme utilisé, doit reproduire aussi bien les états de diffusion que les états liés. Cette méthode est limitée par la possibilité d'identifier les états excités du noyau à N nucléons liés, à des configurations obtenues en couplant l'état fondamental de la cible avec le neutron incident dans un état individuel lié déterminé.

b) Ces valeurs de V_o seront comparées à celles obtenues pour reproduire la valeur expérimentale de l'énergie de liaison du noyau cible d'une part, et la longueur de diffusion d'autre part.

Dans ce dernier calcul, on devra encore s'assurer que le nombre de noeuds de la fonction d'onde radiale obtenue est correct. En effet, le même comportement asymptotique et donc la même longueur de diffusion, peut être obtenu pour différentes valeurs de V_o correspondant à des fonctions d'onde radiales ayant des nombres de noeuds différents.

Le nombre de noeuds de la fonction d'onde radiale de diffusion à énergie nulle est égal à celui de l'état s le moins lié dans le champ moyen.

III.4. NOUVELLES TRONCATURES DE L'ESPACE DE CONFIGURATIONS.

En (II.1.2), on a défini la troncature de l'espace de configurations qui caractérise le modèle présenté au chapitre II.Cependant, même avec ces restrictions, l'espace est encore beaucoup trop grand pour que des calculs pratiques puissent être réalisés.

Dans ce but, de nouvelles restrictions sont apportées, pour d'une part, simplifier la description des états à N et N-1 nucléons, et d'autre part permettre un traitement correct de l'antisymétrisation avec les états s liés. Nous avons vu en effet en (II.4.2), que l'étude de l'antisymétrisation ne pouvait être séparée de l'espace de configurations adopté.

III.4.1. Etats de la cible, prédiagonalisation. (cf. D.2.1)

Pour les états $|\widetilde{\gamma}_{\ell}\rangle_n$ (II-20) de la cible, déterminés en principe par la diagonalisation (II.3.1) de H dans le sous-espace des états à N-1 nucléons liés, on se limitera au fondamental $|\widetilde{\gamma}_{o}\rangle_n$.

Cette approximation exclut la possibilité d'étudier les effets de polarisation de la cible par le neutron incident.

a) Dans le cas des noyaux magiques C^{12} , O^{16} et Ca⁴⁰ ainsi que des noyaux voisins C^{13} et O^{17} , on adoptera le modèle le plus simple, qui consiste à décrire l'état fondamental de ces noyaux par une configuration unique de particules indépendantes, correspondant au remplissage des états individuels en dessous du niveau de Fermi.

Cette description est basée sur la grande distance en énergie qui sépare le niveau de Fermi de la couche suivante. Cette séparation en énergie est de l'ordre de 14 Mev pour C¹², 11 Mev pour O¹⁶ (Fig. 3) et 8 Mev pour le Ca⁴⁰.

On néglige ainsi les configurations à n particules -n trous qui peuvent cependant, par l'intermédiaire de l'interaction entre les nucléons excités, donner naissance à des états suffisamment bas en énergie pour participer de façon appréciable à la description du fondamental^[27].

L'état fondamental des noyaux C^{12} , O^{16} et Ca^{40} est ainsi constitué de doubles couches complètes en protons et neutrons, couplées à zéro en spin et isospin (D-34).

Les noyaux C^{13} et 0^{17} sont décrits par un état de particule, respectivement 1p1/2 et 1d5/2, au-dessus des coeurs fermés de C^{12} et 0^{16} . Ces états sont définis en (D.2.1a).

b) Etape de prédiagonalisation (II.3.1) dans le cas du F¹⁹.

Négligeant encore les excitations particule-trou du coeur de 0^{16} , l'état fondamental du F¹⁹ est décrit (D-35, 36) comme un coeur fermé de 0^{16} et une couche externe à un proton et deux neutrons dans la couche 2s-1d, couplée aux valeurs expérimentales du spin et de l'isospin 1/2, 1/2.

{(j ₁ ,j ₂)I ₂ ,j ₃ }1/2,1/2	N°	I	II	III	IV
(5/2) ² 21, 5/2	1	-0.55	-0.31	-0.31	-0.43
(5/2) ² 01, 1/2	2	0.16	0.59	0.59	0.68
(5/2) ² 10, 1/2	3	-0.41	-0.35	-0.38	-0.40
(5/2) ² 10, 3/2	4	0	-0.05	-0.09	-0.11
(5/2) ² 21, 3/2	5	0	0.21	0.13	0.17
(5/2,1/2) 20, 3/2	6	0	-0.19	-0.17	-0.15
(5/2,1/2) 21, 3/2	7	0	-0.34	-0.13	-0.07
5/2, (3/2) ² 21	8	D	0.13	0.09	0.09
5/2, (3/2) ² 30	9	O	0.01	0.02	0.02
(1/2) ² 01, 1/2	10	0.71	0.40	0.54	0.29
(1/2) ² 10, 3/2	11	0	-0.03	0.01	0.01
1/2, (3/2) ² 01	12	D	-0.22	-0.20	-0.18
1/2, (3/2) ² 10	13	0	-0.04	-0.08	-0.06
(3/2) ² 21, 3/2	14	0	0.04	0.04	0.03

Tableau 11 : Mélanges de configurations décrivant le fondamental du F¹⁹ :

- I A. Arima, communication privée : modèle SU(3)^[31], état utilisé dans la référence [32].
- II A. Zuker, communication privée : diagonalisation avec des éléments de matrice de Kahana, Lee et Scott^[29], et des énergies de particules indépendantes expérimentales ε_i différentes pour protons et neutrons (Fig. 3).
- III Diagonalisation avec des éléments de matrice de la force de Serber (Tab. 9) de profondeur V_o = -68 Mev, sur des états d'oscillateur harmonique (Tab. 2), les ε_i sont les mêmes qu'en II.
- IV Analogue à III, mais avec des fonctions d'onde radiales de Wood-Saxon (Tab. 8), et une profondeur de la force à deux corps V = -72 Mev.

Les 14 configurations possibles pour ces trois nucléons, compte tenu des couplages et des règles de sélection dus à l'antisymétrisation, sont construites explicitement en (D.2.1b), et résumées dans le tableau 11.

Nous avons comparé le fondamental obtenu à partir de diverses diagonalisations de l'hamiltonien H :

- L'état II est obtenu par A. Zuker^[28] avec des éléments de matrice de Lee, Kahana et Scott^[29], et des énergies de particules indépendantes déduites des spectres expérimentaux de 0¹⁷ et F¹⁷ (Fig. 3).

- Avec les énergies de particules indépendantes ε_i précédentes, la diagonalisation des éléments de matrice de Serber (Tab. 9), nous a donné les mélanges de configurations III et IV, en utilisant respectivement des fonctions d'onde radiales d'un oscillateur harmonique isotrope (Tab. 2) et celles d'un puits de Wood-Saxon (Tab. 8).

Dans ce dernier calcul, les potentiels de Wood-Saxon reproduisent (III.2.2b) les énergies de particules indépendantes des états de neutron 1d5/2 et 2s1/2 (Fig. 3). Par contre, l'état 1d3/2 de neutron non lié dans le champ moyen de 0¹⁷ ($\epsilon = + 0.934$ Mev) est approché par un état peu lié 1d3/2 ($\epsilon = -0.1$ Mev).

La profondeur V₀ de l'interaction à deux corps est ajustée de façon à reproduire l'énergie de liaison expérimentale du F^{17} , $E_{\varrho} = -147.801 \text{ Mev}^{[30]}$, on obtient un très bon accord avec le mélange de configurations obtenu par A. Zuker. Ce résultat n'est pas étonnant pour des noyaux à peu de nucléons dans la couche 2s-ld, pour lesquels la géométrie des couplages joue un rôle plus important que l'interaction à deux corps elle-même. Nous avons d'ailleurs obtenu pratiquement le même état fondamental en diagonalisant les quatre autres forces à deux corps données dans le tableau 9.

III.4.2. Configurations à N nucléons. (cf. D.2.3)

a) Etats à N-1 nucléons liés et un dans le continu.

A basse énergie, seule l'onde s de diffusion intervient. Par suite, les seules voies de réaction que l'on considère sont définies par les couplages du fondamental de la cible avec l'état individuel de diffusion $|\varphi_{c}\rangle$ (D-60) :

$$|\Psi(1,...,N) JT \rangle_{n} = \frac{1}{\sqrt{N}} \mathcal{H}(N-1,1) \left(|\mathcal{Y}_{0}(1,...,N-1)IT \rangle_{n} |\mathcal{Y}_{s}(N) \rangle \right) JT, \qquad (III-34)$$

où I et τ sont respectivement le spin et l'isospin de la cible.

- 54 -

b) États à N nucléons liés.

Le choix de l'espace de configurations pour ces états est étroitement lié au traitement de l'antisymétrisation.

Pour les noyaux magiques et voisins, l'étude de l'antisymétrisation sera faite au chapitre IV dans le cadre du modèle décrit en (II.4.2), en se limitant au seul état à N nucléons liés obtenu en antisymétrisant l'état de la cible avec l'état individuel 2s inoccupé.

Pour le traitement complexe de l'antisymétrisation dans le cas du mélange de configurations du F^{19} , nous examinerons au chapitre V deux modèles pour décrire les états à N nucléons liés correspondant au F^{20} .

Le premier consiste à introduire un seul état à 20 nucléons liés obtenu par antisymétrisation de l'état fondamental du F^{19} avec l'état 2s. La construction explicite de cet état est donnée en (D.2.3b).

Dans un deuxième modèle, on agrandit l'espace en considérant tous les états antisymétrisés à trois neutrons et un proton dans la couche 2s-ld, incluant au moins un état 2s, et couplés aux spin et isospin des voies de réaction : (J = 0, T = 1) et (J = 1, T = 1). La liste de ces configurations est donnée dans les tableaux 30 et 31.

CHAPITRE IV

TRAITEMENT DE L'ANTISYMETRISATION

DANS DES CAS SIMPLES

IV.1. DIFFUSION DE NEUTRONS DE BASSE ENERGIE DANS UN MODELE SIMPLE D'ESPACE DE CONFIGURATIONS.

Appliquons le modèle simple décrit en (II.4.2) à la diffusion des neutrons de basse énergie sur les noyaux magiques C^{12} , O^{16} et Ca^{40} , et sur les noyaux voisins C^{13} et O^{17} .

Les états s liés dans le champ moyen de ces noyaux sont : ls et 2s. Dans l'état $|\widetilde{\gamma_0}\rangle_n$ de particules indépendantes, décrivant le fondamental de ces cibles (III.4.1a), l'état ls est seul occupé, sauf dans le Ca⁴⁰ où 2s l'est aussi.

Pour ces noyaux, Ca⁴⁰ excepté, l'état général à N nucléons adopté en (III.4.2) est le suivant :

$$|\widetilde{\Psi}\rangle = \alpha \frac{1}{\sqrt{N}} \mathcal{H}(N-1,1) \left(|\widetilde{\delta}\rangle_{n} | 2\delta^{1/2} \rangle\right) + \frac{1}{\sqrt{N}} \mathcal{H}(N-1,1) \left(|\widetilde{\delta}\rangle_{n} | \varphi_{s} \rangle\right) . \quad (IV-1)$$

Le nouvel état individuel de diffusion, défini en (II-54), inclut les composantes sur les états à une particule liés, inoccupés dans la cible et de mêmes nombres quantiques que l'état individuel de diffusion, soit ici :

$$|\Psi_{s}\rangle = \alpha |2 |2 |2 |4 | |4 |5 \rangle$$
 (IV-2)

L'état à N nucléons s'écrit alors :

$$|\widetilde{\Psi}\rangle = \frac{1}{\sqrt{N}} \widetilde{ct}(N-1,1) (|\widetilde{\gamma}\rangle_n |\Psi_s\rangle)$$
 (IV-3)

Nous avons montré en (II.4.2) qu'il était possible dans l'espace restreint, limité aux états $|\widetilde{\Psi}\rangle$, d'éliminer les termes correctifs d'antisymétrisation avec l'état 2s. Deux méthodes conduisant à des résultats identiques se présentent alors : - Résoudre en a et $\varphi_s(r)$ les équations (II-42), qui couplent les configurations $|\gamma_0, 2s1/2\rangle_n$ et $|\widetilde{\gamma_0, \varphi_s}\rangle_n$, et où sont présents les termes correctifs d'antisymétrisation avec 1s et 2s qui assurent l'orthogonalité (II-46) de $|\varphi_s\rangle$ avec ces états liés.

- Résoudre en $|\Psi_{s}\rangle$ une seule équation du type (II-58) où figure uniquement le terme correctif d'antisymétrisation avec l'état ls ; le nouvel état individuel de diffusion $|\Psi_{s}\rangle$ ainsi déterminé est orthogonal à ls et sa composante sur 2s définit le coefficient a :

 $a = \langle 2 S 1/2 | \Psi_{S} \rangle$ (IV-4)

C'est cette dernière méthode, plus simple que nous utilisons.

Notons que la configuration $|\gamma_0, 2s1/2\rangle_n$ n'est pas nécessairement la seule qui puisse se coupler avec l'état de diffusion $|\widetilde{\gamma_0, \varphi_s}\rangle_n$. En effet, les arguments utilisés pour justifier que l'on se limite à l'onde s de diffusion à basse énergie, ne s'appliquent pas aux nucléons liés. Les seules contraintes pour les états à N nucléons liés sont les lois de conservation du spin, de l'isospin et de la parité. En particulier, cette dernière implique que ces états soient de même parité que l'état fondamental de la cible.

Mais, l'introduction de configurations à N nucléons liés, autres que $|\gamma_0, 2s1/2\rangle_n$, nous amène à coupler différentes voies de réaction γ dans les équations (II-58) et même, dans le cas d'un mélange de configurations, à sortir du cadre du modèle simple (II.4.2). Nous réservons cette étude pour le F¹⁹ (chapitre V).

Pour le Ca⁴⁰, l'état 3s n'étant pas lié dans le champ moyen, seule la configuration :

$$|\widetilde{\Psi}\rangle = \frac{1}{\sqrt{41}} \mathcal{A}(40,1) \left(|\widetilde{\mathcal{Y}}\rangle_{n} | \varphi_{s}\rangle\right)$$
(IV-5)

sera considérée, conduisant à une équation en $|\phi_s\rangle$ de type (II-58), comprenant les termes d'antisymétrisation avec les états occupés ls et 2s.

Dans ce chapitre, nous utiliserons uniquement la première interprétation (III.3.1) de la force effective $V^{(2)}$ à savoir : les nucléons interagissent par l'intermédiaire de $V^{(2)}$, soit $V = V^{(2)}$. Cela revient à remplacer le champ moyen $V^{(1)}$ par le potentiel (E-44) comprenant deux termes V^{L} et V^{NL} , l'un local et l'autre non local. Nous comparerons (Figs. 9 et 10) l'état 2s lié dans ce

Dans le cas d'un état de particules indépendantes à doubles couches complètes, seul le terme a de la force centrale à deux corps (III-27) contribue au potentiel local. Cela explique la valeur anormalement grande trouvée pour la profondeur V de la force de Rosenfeld pour laquelle $a_0 = 0$.

IV.2. DISCUSSION DES RESULTATS POUR LES NOYAUX MAGIQUES.

Pour ces noyaux C^{12} , O^{16} et Ca^{40} , de spin nul dans l'état fondamental, nous considérons une seule voie de réaction, la voie $J^{\pi} = 1/2^{+}$.

IV.2.1. Résultats pour C¹².

a) Voie de réaction et déterminations de V :

Négligeant les excitations particule-trou du coeur, le seul état à 13 nucléons liés, couplés à la voie de réaction $1/2^+$ est : $\left| (C^{12}, 2s1/2) \right\rangle_n$.

- C'est cette configuration, identifiée avec l'état excité $1/2^+$ du C¹³ d'énergie $\varepsilon_{1/2^+} = -1.861$ Mev rapportée au fondamental du C¹² plus un neutron à l'infini (Fig. 6), que l'on utilise pour déterminer la profondeur V_o de la force à deux corps (III.3.3a).



<u>Figure 6</u>: Energie de liaison $\varepsilon_{1/2}^+$ de l'état excité $1/2^+$ du C¹³, rapportée au fondamental du C¹² plus un neutron à l'infini^[18].

Oscil1 Force		ateur harmonique E _c = 207.51 Mev		Wood-Saxon E _c = 254.27 Mev		
	E _l	^ε 1/2+	^b ex	E _e	^ε 1/2+	^b ex
Serber	-76.05	-65.11	-64	-69.08	-62,14	-61
I.G.E. 1	-90.65	-88.74	- 87	-83.51		
I.G.E. 2	-94.62	-97.84	-97	-87.70		
I.G.E. 3	-98.11	-108.21	-107	-91.75		
. Rosenfeld	-120.77	-158.89	-157	-115.51		

Les valeurs ainsi calculées pour les différentes interactions (Tab. 9) sont indiquées dans le tableau 12.

<u>Tableau 12</u> : C^{12} - Comparaison des profondeurs V₀ (Mev) des forces à deux corps, déterminées de façon à reproduire :

- l'énergie de liaison expérimentale E, du C¹²,

- 1'état $1/2^+$ du C¹³ d'énergie $\epsilon_{1/2}^+$ (Fig. 6),

- la longueur de diffusion expérimentale box,

pour différentes forces (Tab. 9) et des fonctions d'onde radiales d'oscillateur harmonique (Tab. 2) et de Wood-Saxon (Tab. 4).

La fonction d'onde radiale de l'état lié, déterminée par la résolution de l'équation (II-58) pour l'énergie d'excitation négative $\varepsilon_{1/2^+}$, est très proche de celle de l'état 2s des potentiels de Wood-Saxon (Tab. 4), quand on utilise ces derniers pour définir les fonctions d'onde radiales de la cible. Ainsi pour toutes les forces, le recouvrement entre ces deux fonctions est 0.99.

Le potentiel non local vu par le neutron incident est donc, au moins pour les états s, très peu différent du potentiel local de Wood-Saxon ayant le rayon du noyau et la profondeur qui reproduit l'énergie de liaison de cet état 2s. Ceci explique que pour la valeur trouvée $V_0 = -62.14$ Mev (Tab. 15), l'état de diffusion à énergie nulle, calculé en antisymétrisant avec l'état ls, a une composante très faible (0.007) sur l'état 2s. En effet, ces états $|\Psi_g\rangle$ et $|2s1/2\rangle$ sont états propres de potentiels pratiquement identiques.

Par contre, si on utilise des fonctions radiales d'oscillateur harmonique (Tab. 14), la composante de $|\Psi_{\rm s}\rangle$ sur 2s reste importante (0.6) même pour la valeur de V_o déterminée comme ci-dessus. Cela résulte de la différence entre les comportements asymptotiques aux grandes distances des fonctions radiales des états propres du potentiel non borné d'oscillateur harmonique, et celles des états liés d'un puits réaliste (cf. comparaisons analogues dans le cas de 0¹⁶ Figs. 4, 9 et 10).

- Les valeurs précédentes de V sont comparées à celles obtenues de façon à reproduire l'énergie de liaison expérimentale du C^{12} , $E_{\rho} = -92.163 \text{ Mev}^{[30]}$. Cette énergie est la somme des énergies cinétique, coulombienne et nucléaire.

L'énergie cinétique est, dans le cas de fonctions radiales d'oscillateur harmonique (Tab. 2), donnée par :

$$E_{a} = 13 \ \mu\omega = 207.51 \ \text{Mev}$$
, (IV-6)

et dans celui de fonctions radiales de Wood-Saxon (Tab. 4) par : $E_c = 254.27$ Mev.

L'énergie coulombienne peut être évaluée en perturbation sur l'état de particules indépendantes :

- soit à l'aide de l'approximation :

$$E_{cb.} = \frac{3}{5}e^2 \frac{z(z-1)}{R} = 0.864 \frac{z(z-1)}{R(fm)} (Mev) , \quad (IV-7)$$

obtenue en négligeant les corrélations entre les protons, $\rho_p(r,r') \simeq \rho_p(r) \rho_p(r')$, et en adoptant pour la densité de proton $\rho_p(r)$, une distribution uniforme de charge dans une sphère de rayon R,

- soit par un calcul microscopique de l'interaction à deux corps coulombienne (E-15); pour un coeur de couches $(i = n\ell j)$ complètes on obtient :

 $E_{cb} = \sum_{i_{1} \leq i_{2}} \sum_{\lambda} (2\lambda + 1) \bigwedge_{n} (i_{1}i_{2})\lambda 1 | V_{cb} | (i_{1}i_{2})\lambda 1 \rangle_{n}, \quad (IV-8)$ où $|(i_{1}i_{2})\lambda 1\rangle_{n}$ est une configuration à deux nucléons en couplage j-j.

Noyau	Z	E _{cb} app.(Mev)	E _{cb} (Mev)
c ¹²	6	10.54	7.80
016	8	17.72	13.12
Ca ⁴⁰	20	95.17	71.05

<u>Tableau 13</u> : Energies coulombiennes approchées (IV-7) et microscopiques (IV-8), calculées avec les valeurs des rayons et des constantes α de l'oscillateur harmonique données dans le tableau 2.

L'énergie coulombienne, calculée des deux façons précédentes, est indiquée dans le tableau 13 : la valeur approchée surestime cette énergie car le principe de Pauli est un type de corrélation qui implique que $\rho_{\rm p}(r,r')$ soit plus petit que le produit $\rho_{\rm p}(r) \quad \rho_{\rm p}(r')$ quand r = r'.

L'énergie nucléaire est calculée microscopiquement à partir des éléments de matrice à deux corps (E-11,32). Pour un état à doubles couches complètes $(i = n\ell jt)$, on a :

$$E_{n} = \sum_{i_{1} \leq i_{2}} \sum_{\lambda \mu} (2\lambda + 1)(2\mu + 1) \bigwedge_{n} (\widetilde{i_{1}} \widetilde{i_{2}}) \lambda \mu | V^{(2)}| (\widetilde{i_{1}} \widetilde{i_{2}}) \lambda \mu \rangle_{n} \equiv \bigvee_{n} e_{n}$$
si $i_{1} = i_{2} \quad \lambda + \mu \text{ impair}$
(IV-9)

où λ et μ sont les couplages en spin et isospin et e désigne une quantité sans dimension.

La profondeur V est alors déterminée par :

$$V_o = \frac{E_e - E_c - E_{cb}}{e_m} \qquad (IV-10)$$

Ces valeurs de V_o, correspondant aux différentes forces à deux corps, sont proches de celles trouvées précédemment.

- Enfin on obtient un très bon accord (Tab. 12, 14 et 15) entre les valeurs de V déterminées pour reproduire d'une part l'état excité $1/2^+$ du C¹³, et d'autre part la longueur de diffusion expérimentale :

$$b_{ex} = 6.65 \text{ fm}^{[3]}.$$

FORCE	SANS AN	NTISYMETRI	SER AVEC	ANTISYMETRISE AVEC 1s			
V。(Mev)	b (fm)	r _e (fm)	<1s ψ>	<2s ψ>	b (f m)	r _e (fm)	<2s ψ>
Serber							
-63	8.07	3.76	-0.1	0.78	7.00	3.50	0.68
-64	7.61	3.65	-0.1	0.74	6.66	3.40	0.64
-65.11*	7.19	3.55	-0.1	0.69	6.35	3.31	0.60
I.G.E. 1							
-87	7.87	3.72	-0.1	0.76	6.74	3.45	0.64
-88	7.56	3.65	-0.1	0.73	6.53	3.39	0.61
-88.74*	7.35	3.60	-0.1	0.71	6.38	3.35	0.59
I.G.E. 2		rag à par	coupleos				
-96	7.94	3.74	-0.1	0.76	6.73	3.46	0.63
-97 *	7.65	3.67	-0.1	0.74	6.54	3.40	0.61
-97.84*	7.44	3.62	-0.1	0.71	6.40	3.36	0.59
I.G.E. 3		1, OF Y		13,614	4.531.1.4	6.8.1	
-106	8.13	3.78	-0.1	0.78	6.77	3.48	0.63
-107	7.85	3.72	-0.1	0.75	6.60	3.44	0.61
-108.21	7.56	3.65	-0.1	0.72	6.42	3.38	0.58
Rosenfeld			1 1 1 1	elatariei	alors d	80 gV -3	profonder
-156	8.56	3.86	-0.1	0.81	6.76	3.51	0.61
-157	8.34	3.82	- 0.1	0.80	6.65	3.49	0.60
-158.89*	7.96	3.75	- 0.1	0.76	6.47	3.43	0.57

<u>Tableau 14</u>: C^{12} . Longueur de diffusion (valeur expérimentale $b_{ex} = 6.65$ fm^[3]) et portée effective calculées en utilisant des fonctions d'onde radiales d'oscillateur harmonique (Tab. 2). Les valeurs de V_o marquées par * reproduisent l'état excité $1/2^+$ du C^{13} (Fig. 6).

Cela montre que le même potentiel, calculé à partir de forces à deux corps phénoménologiques, décrit aussi bien les états liés que les états de diffusion à basse énergie.

b) longueur de diffusion, portée effective et déphasage.

Les valeurs de V_o qui reproduisent l'état excité $1/2^+$ du C¹³, permettent d'obtenir la longueur de diffusion expérimentale à 5% près, dans tous les cas étudiés (Tab. 14 et 15).

En négligeant le terme correctif d'antisymétrisation (II-44) avec 1s, on introduit dans l'état individuel de diffusion $|\psi_{\rm g}\rangle$ une composante sur cet état lié. Bien que faible (0.1), cette composante introduit une erreur de l'ordre de 12% sur la longueur de diffusion, et de 7% sur la portée effective, ceci pour chacune des forces à deux corps utilisées avec des fonctions radiales d'oscillateur harmonique (Tab. 14) et pour la force de Serber avec des fonctions radiales d'un puits de Wood-Saxon (Tab. 15).

Force	S	ANS ANTI	SYMETRIS	ANTISYMETRISE AVEC 1s				
V (Mev)	b(fm)	r _e (fm)	$\langle 1s \psi \rangle$	$\langle 2s \psi \rangle$	b(fm)	r _e (fm)	$\langle 2s \psi \rangle$	
Serber								
- 55	13.15	4.30	-0.09	1.38	11.08	4.11	1.14	
- 60	7.71	3:55	-0.08	0.50	6.94	3.40	0.26	
-61	7.25	3.45	-0.08	0.37	6.57	3.30	0.13	
-62 <mark>*</mark> 14	6.82	3.34	-0.08	0.23	6.22	3.19	-0.007	
-65	6.03	3.10	-0.08	-0.08	5.57	2,97	-0.31	

<u>Tableau 15</u> : C^{12} - longueur de diffusion et portée effective calculées en utilisant des fonctions d'onde radiales de Wood-Saxon (Tab. 4). V_o = -62.14 Mev reproduit l'état excité 1/2⁺ du C¹³ (Fig. 6).

Les déphasages obtenus pour l'onde s, en utilisant d'une part des fonctions radiales d'oscillateur harmonique, et d'autre part celles de Wood-Saxon sont très semblables. Ils sont en bon accord avec les valeurs expérimentales^[33,34] et celles obtenues par d'autres calculs d'équations couplées^[35,36] et de



Figure 7 : C^{12} . Déphasages de l'onde s calculés en utilisant des fonctions d'onde radiales de Wood-Saxon (Tab.4) et la force à deux corps de Serber de profondeur V₀ = -61 Mev.

Serber V ₀ =	-61 Mev	SANS ANTI	SYMETRISER	ANTISYMETRISE AVEC 1s				
ε _{c.m.} (Mev)	$\delta(v_s)^\circ$	δ°	b = 7.25 fm r_= 3.45 fm	δ	b = 6.57 fm r_= 3.30 fm			
0.2	-32.94	-37.84	-37.58	-34.77	-34.45			
0.4	-45.72	-51.89	-51.21	-47.95	-47.36			
0.6	-55.08	-61.88	-60.64	-57.58	-56.48			
0.8	-62.64	-69.77	-67.91	-65.30	-63.63			
1	-68.94	-76.36	-73.82	-71.80	-69.52			
2	-91.62	-99.27	-92.97	-94.88	-88.96			
4	-118.62	-125.93	-111.82	-122.24	-108.50			
6	-136.08	-143.30	-121.95	-140.17	-119.12			
8	-149.22	-156.40	-128.56	-153.70	-126.07			
10	-159.66	-166.98	-133.33	-164.63	-131.08			

<u>Tableau 16</u> : C^{12} . Déphasages de l'onde s calculés en utilisant des fonctions radiales de Wood-Saxon (Tab.4) et une interaction de Serber de profondeur -61 Mev. $\delta(v_s)$ est le déphasage correspondant au potentiel de Wood-Saxon des états s. Les valeurs de b et de r_e définissent l'approximation de la portée effective.

- 64 -

Hartree-Fock [37]

La correction d'antisymétrisation avec l'état ls, sur la valeur du déphasage est faible, elle est de l'ordre de deux degrés (Tab. 16 et Fig. 7).

Les déphasages calculés sont très proches de ceux que donne le potentiel de Wood-Saxon des états s (Tab. 16) ; nous avons déjà vu que ce potentiel local et le potentiel non local créé par l'interaction à deux corps, ont pratiquement le même état lié 2s.

Au-delà de l'énergie de 3 Mev, l'approximation de la portée effective introduit une erreur importante sur le déphasage (Fig. 7), supérieure à 10%.

La limitation aux ondes s de diffusion est valable dans un domaine en énergie que l'on peut évaluer de la façon suivante :

 $2kR \leq 1$ soit $E \leq 1 Mev$

où R est le rayon du noyau cible et k l'impulsion du neutron incident. Cependant même à ces énergies, les ondes résonnantes de *e* plus élevé peuvent intervenir.

c) L'ensemble des résultats obtenus précédement, aussi bien pour la longueur de diffusion que pour le déphasage, est très peu sensible à la valeur des paramètres d'échange des forces à deux corps que l'on a considérées (Tab. 9).

IV.2.2. <u>Résultats pour</u> 0¹⁶.

Les résultats obtenus pour 0¹⁶ ressemblent beaucoup aux précédents.

La profondeur V de l'interaction à deux corps est ajustée de façon à reproduire l'état excité $1/2^+$ de 0^{17} (Fig. 8), d'énergie :

 $\epsilon_{1/2+} = -3.275 \text{ Mev}$

rapportée au fondamental de 0^{16} , et identifié à la configuration $|(0^{16}, 2s_1/2)\rangle_n$. Les profondeurs trouvées sont données dans le tableau 17.

La fonction d'onde radiale de l'état lié, déterminée par le calcul précédent, est comparée à celle du potentiel à un corps utilisé, oscillateur harmonique



Figure 8 : Energie de liaison $\varepsilon_{1/2}^+$ de l'état excité $1/2^+$ de 0^{17} , rapportée au fondamental de 0^{16} plus un neutron à l'infini^[19].

Force	Oscill	ateur harmo $E_c = 237.3$	onique 35 Mev	Wood-Saxon E _c = 316.74 Mev				
	E _e	ε _{2s}	b ex	Ee	ε _{2s}	b ex		
Serber	-67.83	-57.30	- 56	-58.90	- 53.09	- 51		
I.G.E. 1	-81.28	-77.93	-77	-72.01				
I.G.E. 2	-84.36	-85.79	- 85	-75.40				
I.G.E. 3	-87.12	-94.70	- 94	-78.62				
Rosenfeld	-106.53	-138.02	-139	-98.41				

Tableau 17 : 0¹⁶. Comparaison des profondeurs V₀(Mev) des forces à deux corps, déterminées de façon à reproduire :

- l'énergie de liaison expérimentale E_e de 0¹⁶,
- 1°état 1/2⁺ de 0¹⁷, d'énergie $\epsilon_{1/2}^{+}$ (Fig. 8),
- la longueur de diffusion expérimentale b_{ex}, pour différentes forces (Tab.9) et des fonctions radiales d'oscillateur harmonique (Tab.2) et de Wood-Saxon (Tab.6).



Figure 9 : 0¹⁶. Fonctions d'onde radiales multipliées par r, de l'état 2s et de l'état individuel de diffusion à énergie nulle, calculées avec un potentiel à un corps d'oscillateur harmonique(Tab. 2) et la force à deux corps de Serber de profondeur -56 Mev pour les états de diffusion.



Figure 10 : 0¹⁶. Voir figure 9, mais avec potentiel à un corps de Wood-Saxon(Tab. 6).

			1	1/ 2					
FORCE	SANS AN	TISYMETRIS	ANTISYMETRISE AVEC 1s						
V。(Mev)	b (fm)) r _e (fm) <1s ψ>		<2s ψ>	b (fm)	r _e (fm)	<2s ψ>		
Serber				1		/			
-56	6.27	3.37	-0.08	0.54	5.84	3.23	0.47		
-57	6.06	3.30	-0.08	0.50	5.67	3.16	0.43		
-57.30*	6.01	3.27	-0.08	0.50	5.62	3.14	0.43		
I.G.E. 1	(, 51, 30 ()	180198-90							
-76	6.30	3.41	-0.07	0.53	5.91	3.29	0.46		
-77	6.15	3.35	-0.07	0.51	5.79	3.24	0.44		
-77.93*	6.02	3.30	-0.07	0.49	5.68	3.19	0.42		
I.G.E. 2	6-1, 1 - 1 - 1 - 1 - 1 - 1 - 1 - 1 - 1 -	a oblight		nat-sbac ¹	o sho bi o	10 ⁻¹ ⁰ .0-1	figure 9		
-84	6.26	3.40	-0.07	0.53	5,90	3.29	0.45		
-85	6.13	3.35	-0.07	0.50	5.79	3.25	0.43		
-85.79	6.04	3.32	-0.07	0.49	5.71	3.22	0.42		
I.G.E. 3									
-93	6.25	3.41	-0.06	0.52	5,90	3.31	0.45		
-94	6.13	3.37	-0.06	0.50	5.80	3.27	0.43		
-94.70*	6.06	3.34	-0.06	0.49	5.74	3.25	0.42		
Rosenfeld									
-137	6.20	3.42	-0.05	0.50	5.88	3.34	0.42		
+ -138.02	6.13	3.40	-0.05	0.48	5.82	3.32	0.41		
-139	6.06	3.37	-0.05	0.47	5.77	3.30	0.40		

<u>Tableau 18</u> : 0^{16} . Longueur de diffusion (valeur expérimentale $b_{ex} = 5.65$ fm^[3]) et portée effective calculées en utilisant des fonctions d'onde radiales d'oscillateur harmonique (Tab. 2). Les valeurs de V_o marquées par * reproduisent 1'état excité 1/2⁺ de 0¹⁷ (Fig. 8).

FORCE	SANS A	SANS ANTISYMETRISER AVEC 1s ANTISYMETRISE AVEC 1s										
V _e (Mev)	b (fm)	r _e (fm)	<1s ψ>	<2s ψ>	Ь (fm)	r _e (fm)	<2s ψ>					
Serber												
-50	6.44	3.29	-0.06	0.36	6.09	3.20	0.25					
-51	6.13	3.19	-0.06	0.27	5.82	3.10	0.16					
-52	5.87	3.10	-0.06	0.18	5.58	3.01	0.07					
-53	5.65	3.01	-0.06	0.10	5.38	2.93	- 0.007					

<u>Tableau 19</u> : 0^{16} . Longueur de diffusion et portée effective calculées en utilisant des fonctions d'onde radiales de Wood-Saxon (Tab. 6). La profondeur V_o = -53.09 Mev reproduit l'état excité 1/2⁺ de 0¹⁷ (Fig. 8).



Figure 11 : 0^{16} . Déphasages de l'onde s, calculés en utilisant des fonctions d'onde radiales de Wood-Saxon(Tab.6) et la force à deux corps de Serber de profondeur V₀ = -51 Mev.

Serber V _O =	= -51 Mev	SANS ANTIS	YMETRISER	ANTISYMETRISE AVEC 1s			
ε _{c.m.} (Mev)	$\delta(v_s)^{\circ}$	δ	b = 6.13 fm $r_e = 3.19 \text{ fm}$	δ	b = 5.82 fm r_= 3.10 fm		
0.2	28,58	32.87	32.67	31.28	31.12		
0.4	40.50	45.68	45.13	43.65	43.15		
0.6	49.14	55.08	54.05	52.78	51.84		
0.8	56.34	62.68	61.11	70.19	58.75		
1	62.28	69.12	66.94	66.55	64.61		
2	84.42	92.29	86.53	89.59	84.08		
4	111.78	120.10	106.52	117.67	104.42		
6	129.78	138.38	117.47	136.28	115.61		
8	143.46	152.15	124.61	150.35	122.98		
10	154.26	163.26	129.76	161.68	128.29		

<u>Tableau 20</u> : 0^{16} . Déphasages de l'onde s calculés en utilisant des fonctions radiales de Wood-Saxon(Tab.6) et une interaction de Serber de profondeur -51 Mev . $\delta(v_s)$ est le déphasage correspondant au potentiel de Wood-Saxon des états s . Les valeurs de b et r définissent l'approximation de la portée effective .

- 70 -

(Fig. 9) et Wood-Saxon (Fig. 10). Dans ce dernier cas, comme pour le C¹², les deux fonctions sont pratiquement identiques.

Pour les profondeurs V ci-dessus, les longueurs de diffusion calculées (Tab. 18 et 19) sont très proches de la valeur expérimentale :

$$b_{ex} = 5.80 \text{ fm}^{[3]}$$
.

Les profondeurs V qui reproduisent l'énergie de liaison expérimentale de 0^{16}

$$E_{\rho} = -127.62 \text{ Mev} [30]$$

sont indiquées dans le tableau 17.

L'allure des fonctions d'onde radiales de diffusion à énergie nulle, calculées sans terme correctif d'antisymétrisation et avec, est donnée (Fig. 9 et 10).

Les déphasages de l'onde s (Fig. 11 et Tab. 20) sont en bon accord avec les valeurs experimentales de Fowler et Cohn^[33] ainsi qu'avec celles obtenues par une méthode de Hartree-Fock par C.B. Dover et Nguyen Van Giai^[37].

IV.2.3. Résultats pour Ca⁴⁰.

Les énergies de particules indépendantes n'étant pas définies pour les états très liés dans le champ moyen du Ca⁴⁰, nous avons utilisé uniquement des fonctions radiales d'oscillateur harmonique (Tab. 2).

Les corrections d'antisymétrisation avec l'état ls très lié, sont négligeables aussi bien sur la longueur de diffusion et la portée effective (Tab. 21), que sur le déphasage (Fig. 12).

En omettant les termes correctifs d'antisymétrisation, la composante de l'état individuel de diffusion $|\varphi_s\rangle$ sur l'état $|1s1/2\rangle$ est très faible (0.01), alors qu'elle est importante (0.5) sur l'état $|2s1/2\rangle$. Le terme correctif d'antisymétrisation avec ce dernier état est donc important. Son introduction diminue presque de moitié la longueur de diffusion et de 30% la portée effective. La correction sur le déphasage est extrémale au voisinage de 3 Mev et vaut alors 30°. - 72 -

Tableau 21 : Ca^{40} . Longueur de diffusion et portée effective calculées en utilisant des fonctions d'onde radiales d'oscillateur harmonique (Tab. 2). La valeur expérimentale de la longueur de diffusion est : $b_{ex} = 4.9 \text{ fm}^{[3]}$.

FORCE	SANS AP	VTISYMETRI	SER		ANTISYME	ETRISE AVE	ic 1s	AN. AVEC	1s ET 2s
V。(Mev)	(fm)	r _e (fm)	<1s ψ>	<2s ψ>	b (fm)	r _e (fm)	<2s ψ>	(fm)	r _e (fm)
Serber									
-23	8.59	4.41	0.02	0.71	8 . 56	4.40	0.71	4.94	3.04
-24	7.71	4.14	0.01	0.62	7°71	4.14	0.62	4.91	3.02
-25	7.11	3.92	0.0003	0.55	7.11	3.92	0.55	4.88	2.99
I.G.E. 1				abon) at	31.5		3843		
-32	7.18	ອ ອີ ເ	0.01	0.55	7.16	3°82	0.55	4.93	3.03
-33	6.81	3.81	0,009	0.51	6.80	3.81	0°20	4,91	3.01
-34	6.51	ດ ອີ	0.004	0.46	6,51	3 ° 69	0.46	4.88	3.00
I.G.E. 2							bar altar		
-36	6.64	3.75	0.01	0.48	6.63	3.75	0.47	4.92	3.02
-37	6.39	3° 82	0.008	0.44	6.39	3°65	0.44	4.90	3.01
-38	6.18	3°22	0.004	0.40	6.18	3 . 55	0.40	4.88	2.99
I.G.E. 3	13 62 6 60	7 88 115		is a b is a c		a an Lasan de d			V. 87
-40	6.32	3° 2°	0.01	0.42	6.31	3.62	0.42	4.92	3.02
-41	6.14	3.54	0.01	0.39	6.13	3.54	0.39	4.90	3.01
-42	5.98	3.47	0.007	0.36	5.97	3.47	0.36	4.88	2.99

En introduisant les corrections d'antisymétrisation avec 1s et 2s, les déphasages de l'onde s que l'on obtient sont 15% plus grands en valeur absolue que ceux calculés par C.B. Dover et Nguyen Van Giai^[37].



Figure 12 : Ca⁴⁰. Déphasages de l'onde s, calculés en utilisant des fonctions d'onde radiales d'oscillateur harmonique (Tab. 2) et une force à deux corps de Serber de profondeur $V_0 = -24$ Mev.

IV.3. DISCUSSION DES RESULTATS POUR LES NOYAUX DE SPIN NON NUL.

Pour les noyaux de spin I non nul dans l'état fondamental, on doit considérer les deux voies de réaction $J = I \pm 1/2$ (III.1.1) non couplées par le hamiltonien du problème, invariant par rotation. On détermine alors les deux longueurs de diffusion b_± ainsi que la longueur de diffusion cohérente A (III-3) et le terme de dépendance en spin B (III-4). IV.3.1. <u>Résultats pour C¹³</u>.

a) Voies de réaction et déterminations de V :

Le fondamental du C¹³ est un état $1/2^{-}$ que l'on identifie à la configuration $|C^{12}, 1p1/2\rangle_n$. Par suite, les voies de réaction sont les suivantes :

 J^{π} , T = (0,1) et (1,1) où la valeur 1 de l'isospin correspond à la présence de deux neutrons au dessus du coeur fermé de C¹².

En négligeant les excitations particule-trou du coeur, les états à 14 nucléons liés qui peuvent se coupler aux voies de réaction précédentes, correspondent aux configurations de couche externe suivantes :

$J^{\pi} = 0^{-}, T = 1$	$J^{\pi} = 1^{-}, T = 1$
1p1/2, 2s1/2	1p1/2, 2s1/2
11 1 20 C = 31 3	1p1/2, 1d3/2.

En fait, l'état 1d3/2 n'intervient pas car il n'est pas lié dans le champ moven du C¹² (Fig. 2).

Les configurations correspondant aux couches externes (1p1/2, 2s1/2)01 et (1p1/2,2s1/2)11 sont respectivement identifiées aux états excités 0 et 1 du C¹⁴, dont les énergies, rapportées au fondamental du C¹³ plus un neutron à l'infini sont (Fig. 13) : $\varepsilon_{0^-} = -1.276$ Mev, $\varepsilon_{1^-} = -2.086$ Mev.

Pour chaque interaction à deux corps, on détermine les profondeurs V_o qui reproduisent les deux états liés précédents ; les deux valeurs ainsi obtenues sont très voisines. L'ensemble de ces couples, calculés en utilisant les fonctions d'onde radiales d'un oscillateur harmonique de même paramètre α que celui adopté pour le C¹² (Tab. 2), figure dans le tableau 22. Dans le cas de fonctions d'onde radiales de Wood-Saxon et d'une interaction à deux corps de Serber, on obtient respectivement :

 $V_{0}(1) = -59.85 \text{ Mev}$ et $V_{0}(0) = -59.93 \text{ Mev}$.

Comme pour les noyaux magiques, ces profondeurs sont du même ordre de grandeur que celles qui reproduisent l'énergie de liaison expérimentale, E, = -97.109 Mev^[30], du C¹³. Ainsi dans le cas de fonctions d'onde radiales d'oscillateur harmonique, on trouve $V_0 = -72.4$ Mev pour l'interaction de Serber et -86.9 Mev pour I.G.E. 1.



<u>Figure 13</u> : Energies de liaison ε_0^- et ε_1^- des états excités 0⁻ et 1⁻ du C¹⁴, rapportées au fondamental du C¹³ plus un neutron à l'infini^[18].

b) Longueurs de diffusion :

Seule la longueur de diffusion cohérente A est actuellement connue expérimentalement et vaut :

$$A_{ex} = 6.0 \text{ fm}^{[3]}.$$

La mesure du paramètre $B = (b_{+} - b_{-})$ est entreprise^[41], mais elle est délicate en raison entre autres, de la faible abondance naturelle (1.11) du C¹³.

Pour les valeurs de V_o qui reproduisent les états excités 0⁻ et 1⁻ du C¹⁴, on obtient en antisymétrisant avec l'état ls, la valeur expérimentale de A à moins de 5% près (Tab. 22 et 23). Ces résultats montrent que le même potentiel, calculé à partir d'interactions phénoménologiques à deux corps, décrit correctement, à la fois l'état lié 2s dans le C¹⁴, et l'état de diffusion à énergie nulle sur le C¹³.

On notera que les valeurs de V_o qui permettent d'obtenir la longueur de diffusion cohérente A, sont également celles qui reproduisent la longueur de diffusion du C¹² (IV.2.1).

<u>Tableau 22</u>: C^{13} . Longueurs de diffusion et portées effectives calculées en utilisant des fonctions d'onde radiales d'oscillateur harmonique (Tab. 2). Les indices $\stackrel{+}{-}$ correspondent aux voies de réaction J = 0 (-) et J = 1 (+). Les valeurs de V_o affectées de (J⁺), reproduisent l'état excité correspondant du C¹⁴ (Fig. 13).

	.e+ (fm)		3.24	3.22	3.10		3.28	3.16	3 . 13		3.30	3.15	3.12		3.32	3.14	3.12		3°37	3.16	3.14
ls.	r _{e-} (fm)		3°22	3.52	3.37		3.73	3.54	3.51		3.79	3.56	3.51		3.87	3.58	3.54		4.02	3.62	3°29
E AVEC	□ (fm)		-1.07	-1.02	-0.81		-1.69	-1.28	-1.21		-1.93	-1.35	-1.24		-2.25	-1.42	-1.34		-2.89	-1.54	-1.46
ISYMETRIS	A (fm)		6.41	6.32	5.94		6.59	6.13	6.05		6.68	6.10	5 .98		6.79	6.06	5.97		6°33	6.01	5.95
ANT	b, (fm)		6.14	6.07	5.74		6.17	5.81	5.75		6.20	5.76	5.67		6.23	5.70	5.63		6.27	5.63	5.58
	b_ (fm)	ŋ,	7.21	7.09	6.55	6.0	7.86	7.09	9°.9		8.13	7.11	6.91	6	8.48	7.13	6.97	61	9.16	7.17	7.04
	r _{e+} (fm)		3.44	3.42	3.29		3.48	3.34	3 . 31		3.50	3,33	3.29		3.53	3.32	3.29		3.61	3.33	3.31
1s	r _{e-} (fm)		3.82	3.78	3.61		4.03	3.82	3.78		4.13	3.85	3.79		4.26	3°83	3.84		4.57	4.00	3°80
ISER AVEC	[fm]		-1.55	-1.47	-1.16		-2.69	-1.96	-1.85		-3.31	-2.17	-1.97		-4.29	-2.43	-2.26	X.9 7.7.9	-8.43	-3.25	-3.03
TISYMETRJ	A (fm)		7.19	7.08	6.59		7.56	6.90	6.79		7.79	6.90	6.73	020	8.12	6°31	6.77		9.44	7.10	6.97
SANS AN	b, (fm)		6.80	6.71	6.30	asa asb	6。89	6.41	6.33		6.96	6.36	6.23		7.05	6.30	6.21	d să n k ⁴	7.33	6.28	6.21
	b_ (fm)		8.35	8.18	7.46		9.58	8.37	8.18		10.27	B.53	8.21		11.34	8.73	8.46		15.76	9 °53	9.24
FORCE	V. (Mev)	Serber	-62.1 (1)	-62.4 (0]	-64	I.G.E. 1	-87.0 (1)	-89.5 (0)	061	I.G.E. 2	-95.6 (1)	-99.1 (0]	-100	I.G.E. 3	-105.3(1])	-110.2(0])	-111	Rosenfeld	-156.9(1)	-167.0(0])	-168

-070	r _{e+} (fm)	3.25	3.16	3.08	3.00	2.94	3.23	3.13
1s	r _{e-} (fm)	3,53	3.42	3,32	3 . 23	3.14	2.97	2.90
SE AVEC	₿ (fm)	-1.11	-0.92	-0.79	-0.68	-0.60	0.24	0.21
IISYMETRI	A (fm)	6.57	6.26	6.00	5.77	5.57	5.85	5.61
ANT	b ₊ (fm)	6.30	6.03	5.80	5.60	5.42	6.15	5.87
. 0	b_ (fm)	7.40	6.95	6.58	6.28	6.02	5.44	5.25
	r _{e+} [fm]	3.38	3.28	3.20	3.12	3.05	3.33	3.23
1s	r _{e-} (fm)	3.72	3.60	3,49	3°33	3.30	3.04	2.96
SER AVEC	🖥 (fm)	-1.61	-1.33	-1.13	-0.97	-0.85	0.30	0.26
ISYMETRI	A [fm]	7.21	6.83	6.51	6.24	6.00	6.16	5 ° 83
SANS ANT	b ₊ (fm)	6.81	6.50	6.23	5,99	5.79	6.54	6.22
	b_ (fm)	8.42	7.83	7.36	6,96	6.63	5.63	5.44
Serber	V. (Mev)	-59	-60	c ¹³ -61	-62	-63	-50	ں 1

Tableau 23 : C^{13} et 0^{17} . Longueurs de diffusion et portées effectives calculées en utilisant des fonctions d'onde radiales de Wood-Saxon (Tab. 5 et 7). les indices \pm correspondent aux voies de réaction J = I $\pm 1/2$. - Pour c^{13} , les profondeurs -59.85 Mev et -59.93 Mev reproduisent respectivement les états excités l⁻ et 0⁻ du c^{14} (Fig. 13).

La valeur expérimentale de A est : A_{ex} = 6.0 fm ^[3]

- Pour 0^{17} , ia profondeur -51.83 Mev reproduit l'état excité 3^+ de 0^{18} (Fig. 14). La valeur expérimentale de A est : $A_{ex} = 5.78 \text{ fm}^{[3]}$.

Les valeurs prédites du paramètre B sont négatives et varient entre -0.8 fm et -1.5 fm, pour les différentes forces à deux corps et la profondeur V qui reproduit la longueur de diffusion cohérente.

La correction d'antisymétrisation avec l'état ls a pour effet de réduire la valeur de A de 10 à 15% suivant la force à deux corps utilisée. Cette diminution affecte plus b_{-} que b_{+} , il en résulte une augmentation de la valeur de B variant de 30 à 50%.

c) Les résultats précédents peuvent être obtenus qualitativement.

En effet, nous avons vu que le même potentiel, calculé à partir de l'interaction à deux corps, détermine à la fois l'état 2s lié et l'état individuel de diffusion à énergie nulle. Les informations sur les potentiels, extraites des spectres des états liés cible plus neutron, sont donc valables pour la diffusion à basse énergie.

Ainsi, l'état excité l du C¹⁴ étant plus bas en énergie que l'état O, le potentiel de diffusion dans la voie J = 1 doit être plus attractif que dans la voie J = 0. Pour des longueurs de diffusion de même signe, b₊ est alors inféreur à b₋ et B est négatif ; c'est bien le résultat que nous avons obtenu.

Vérifions que les interactions à deux corps utilisées reproduisent qualitativement l'ordre des états excités 1 et 0 du C¹⁴.

L'énergie d'interaction d'un neutron dans l'état 2s avec les nucléons du C¹³ dans son état fondamental, est la somme de deux termes : l'un dû aux interactions avec les nucléons du coeur de C¹² et l'autre avec le neutron dans la couche externe 1p1/2. Seul ce dernier terme est différent dans les voies J=0 et J=1 et correspond aux éléments de matrice diagonaux de l'interaction à deux corps sur les configurations $|(1p1/2,2s1/2)01\rangle_n$ et $|(1p1/2,2s1/2)11\rangle_n$. Les valeurs de ces éléments de matrice sont donnés dans le tableau 24 et correspondent bien, pour chaque force, à un état l plus lié que l'état 0.

- 78 -

$V_{o} = -50 \text{ Mev}$	<pre>(1p1/2,2s1/2) 01></pre>	(1p1/2, 2s1/2) 11
Serber	0.	-0.698
I.G.E. 1	0.358	-0.320
I.G.E. 2	0.357	-0.319
I.G.E. 3	0.357	-0.319
Rosenfeld	0.369	-0.166

<u>Tableau 24</u> : C¹³. Eléments de matrice diagonaux de la force centrale à deux corps, calculés avec des fonctions d'onde radiales de Wood-Saxon (Tab. 5)

IV.3.2. <u>Résultats pour 0¹⁷</u>.

La discussion des résultats obtenus pour 0¹⁷ est analogue à la précédente.

a) Le fondamental de 0^{17} est un état $5/2^+$ que l'on identifie à la configuration $|0^{16}, 1d5/2\rangle_n$. Les deux voies de réaction considérées sont les suivantes :

 J^{π} , $T = (2^+, 1)$ et $(3^+, 1)$.

En négligeant toujours les excitations particule-trou du coeur de 0¹⁶, les configurations à 18 nucléons liés qui peuvent se coupler aux voies précédentes sont :

$J^{\pi} = 2^+, T = 1$	$J^{\pi} = 3^{+}, T = 1$
(1d5/2) ²	
(1d5/2 , 2s1/2)	(<u>1d5/2 , 2s1/2)</u>
(1d5/2 , 1d3/2)	(1d5/2 , 1d3/2)
(1d3/2) ²	as in newtron & Clatter

(II.4.2), les équations couplées (II-58) incluant les ondes d de diffusion.

La configuration correspondant à la couche externe $|(1d5/2, 2s1/2)31\rangle_n$ est identifiée à l'état excité 3⁺ de 0¹⁸, d'énergie rapportée au fondamental de 0¹⁷ plus un neutron à l'infini (Fig. 14) :



 $\epsilon_{2+} = -2.699$ Mev.

<u>Figure 14</u> : Energies de liaison des états excités 2^+ et 3^+ de 0^{18} , rapportées au fondamental de 0^{17} plus un neutron à l'infini^[38,39].

<u>Tableau 25</u>: 0^{17} . Longueurs de diffusion et portées effectives calculées en utilisant des fonctions d'onde radiales d'oscillateur harmonique (Tab. 2). Les indices ⁺ correspondent aux voies de réaction J = 2 (-) et J = 3 (+) . Les valeurs de V_o affectées de (3⁺), reproduisent cet état excité de 0¹⁸ (Fig. 14).

FORCE		SANS AN	TISYMETRI	ISER AVEC	- 3 8			ANTIS	YMETRISE	AVEC 15	6	
V. (Mev)	b_ (fm)	b, (fm)	A (fm)	[fm]	r _{e-} (fm)	r _{e+} (fm)	b_ (fm)	b, (fm)	A (fm)	₿ (fm)	r _{e-} (fm)	r _{e+} (fm)
Serber								00 0				
-54	5,90	6.73	6.38	0.28	3.25	3.53	5.63	6.22	5.98	0.20	3 . 15	3.37
-55,5 (3 [†])	5,65	6.34	6.05	0.23	3.14	3.40	5.41	5.90	5.70	0.16	3°02	3.25
I.G.E. 1					0.9			9.3	1/2			
-75	5.75	6.73	6.32	0.32	3.21	3.55	5.54	6.26	5.96	0.24	3.14	3.42
-77.1 (3 ⁺)	5 .53	6.35	6.01	0.27	3.12	3.42	5 . 35	5.96	5.70	0.20	3°02	3.30
I.G.E. 2							7091					
-83	5.68	9 9 9	6.27	0.33	з.19	3.54	5.50	6.24	5,93	0.25	3.13	3.42
-85.1 (3 [†])	5.50	6.35	6,00	0.28	3.11	3.43	5.33	5.97	5.71	0.21	3.06	3.32
I.G.E. 3								2 mt 2 = 5 t				
-92	5.62	6.67	6.24	0.35	3.18	3 • 55	5.46	6.24	5.91	0.26	3.13	3.44
-94.1 (3 ⁺)	5.47	6.38	6.00	0.30	3.11	3.45	5.32	6.01	5.72	0.23	3.07	3°35
Rosenfeld						tre		ng a a a				
-136	5,60	6.72	6.25	0.37	3.20	3 • 59	5.46	6.28	5.94	0.27	3.17	3.49
-139.0(3 ⁺)	5.47	6.44	6.04	0.33	3.15	3°20	5.35	6.07	5.77	0.24	3.11	3.42

Une diagonalisation^[40] dans un espace de configurations incluant les excitations particule-trou du coeur, montre que cet état 3^+ a une composante importante (50%) sur la configuration considérée, les autres composantes se divisant en 20% pour la configuration [(1p3/2)⁻², (1d5/2)³, 2s1/2] et le reste en un grand nombre de petites composantes.

Les profondeurs V_o qui reproduisent cet état 3⁺, en utilisant les fonctions d'onde radiales d'un oscillateur harmonique ayant le même paramètre α que celui adopté pour 0¹⁶ (Tab. 2), sont données dans le tableau 25. Pour une interaction de Serber avec des fonctions d'onde radiales de Wood-Saxon, cette profondeur est V_o = -51.83 Mev.

Nous n'avons pas déterminé V_o pour la voie 2⁺ car les trois premiers états excités 2⁺ de 0¹⁸ (Fig. 14) ne s'identifient pas simplement à la configuration correspondant à la couche externe $|(1d5/2 2s1/2)21\rangle_n$. La diagona-lisation mentionnée précédemment montre que ces états présentent deux composantes dominantes : $(1d5/2)^2$ et (1d5/2, 2s1/2).

b) Comme pour le C¹³, seule la longueur de diffusion cohérente A est connue expérimentalement et vaut :

$$A_{ex} = 5.78 \text{ fm}^{[3]}$$

La mesure de B est entreprise^[41], mais sera encore plus délicate que dans le cas du C^{13} , l'abondance naturelle de O¹⁸ étant très faible (0.087).

Nous prédisons une valeur de B positive et variant de 0.16 fm à 0.24 fm pour les différentes forces à deux corps utilisées et avec dans chaque cas, la profondeur qui reproduit la valeur expérimentale de A (Tab. 23 et 25). Cette profondeur est identique à celle qui permet d'obtenir la longueur de diffusion de 0¹⁶ (IV.2.2).

On notera que pour une valeur donnée de b_{+} - b_{-} , la valeur absolue de B est d'autant plus petite que le spin I de la cible est élevé (III-4). Ainsi dans le cas de 0¹⁷ :

 $B = \frac{1}{3} (b_{+} - b_{-}) ,$

au lieu de b₁ - b₁ dans celui du C¹³.

c) Le signe positif de B que nous avons obtenu, est en accord avec la prédiction qualitative, faite à partir de l'ordre des états excités 2^+ et 3^+ de 0^{18} . En effet, les états 2^+ étant plus liés que l'état 3^+ , le potentiel de diffusion dans la voie J = 2 doit être plus attractif que dans la voie J = 3, et par suite, pour des longueurs de diffusion de même signe, b_ doit être inférieur à b_.

Nous vérifions que les interactions à deux corps utilisées reproduisent qualitativement l'ordre des états excités 2^+ et 3^+ . Pour cela on a calculé les éléments de matrice d'interaction résiduelle sur les configurations $|(1d5/2,2s1/2)21\rangle_n$ et $|(1d5/2,2s1/2)31\rangle_n$ (Tab. 26). On obtient bien pour J = 2 des énergies plus basses que pour J = 3.

$V_{o} = -50 \text{ Mev}$	<pre>(1d5/2,2s1/2)21></pre>	<pre>(1d5/2,2s1/2)31></pre>
Serber	-1.266	0
I.G.E. 1	-0.869	0.360
I.G.E. 2	-0.866	0.359
I.G.E. 3	-0.867	0.359
Rosenfeld	-0.599	0.371

<u>Tableau 26</u> : 0¹⁷. Eléments de matrice diagonaux de la force centrale à deux corps, calculés avec des fonctions radiales de Wood-Saxon (Tab. 7).